П. Д. Андреев
Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова,
pdandreev@mail.ru

НОРМА В ПРОСТРАНСТВЕ, КАСАТЕЛЬНОМ К G-ПРОСТРАНСТВУ БУЗЕМАНА НЕПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ

Понятие G-пространства было введено Г. Буземаном в ряде статей 40-х годов 20 века. Подробный обзор теории G-пространств приведён в книге [1]. В частности, в ней даётся определение G-пространств неположительной кривизны.

В статье [2] доказывается, что всякое G-пространство Буземана неположительной кривизны является топологическим многообразием. Основным инструментом в доказательстве служит конструкция касательного конуса K_pX к данному пространству X в его произвольной точке p. Конус K_pX строится как метрическое пространство с новой метрикой d^*, заданной на том же множестве X. Свойства касательного конуса перечислены в следующей теореме.

Теорема 1. *Пусть (X, d) – односвязное G-пространство Буземана неположительной кривизны. Тогда его касательный конус $K_pX = (X, d^*)$ также является G-пространством Буземана неположительной кривизны, причём*

- *для любых $y, z \in X$ выполнено неравенство $d^*(y, z) \leqslant d(y, z)$;*
- *отображение $\mathrm{Id}\colon \mathrm{X} \to \mathrm{X}$ является гомеоморфизмом пространства X на K_pX;*

- *семейство прямых в смысле метрики d^*, проходящих через точку p, совпадает с аналогичным семейством прямых в смысле метрики d, причём вдоль каждой такой прямой выполняется равенство $d = d^*$;*

- *на пространстве K_pX действует группа H положительных гомотетий с центром p.*

Односвязное G-пространство Буземана X неположительной кривизны называется пространством конического типа с вершиной $p \in X$, если тождественное отображение $\mathrm{Id} : X \to \to K_pX$ является изометрией. Это свойство выполняется тогда, и только тогда, когда на X действует группа положительных гомотетий с центром p. В частности, конус K_pX является пространством конического типа с вершиной p. Детальное изучение геометрии пространств конического типа приводит к следующей теореме.

Теорема 2. *Пусть (X, d) – односвязное G-пространство Буземана неположительной кривизны конического типа. Тогда оно изометрично некоторому конечномерному нормированному пространству со строго выпуклой нормой.*

Таким образом, G-пространства Буземана неположительной кривизны можно в определённом смысле рассматривать как сингулярный аналог финслеровых пространств.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00219 А).

ЛИТЕРАТУРА

1. Буземан Г. *Геометрия геодезических.* – М.: Физматлит, 1962. – 503 с.

2. Андреев П. Д. *Доказательство гипотезы Буземана для G-пространств неположительной кривизны* // Алг. Ан. – 2014. – Т. 26. – № 2. – С. 1–20.

А. И. Афонина, И. Р. Каюмов, А. Н. Чупрунов
Казанский (Приволжский) федеральный университет,
sanyagirl89@mail.ru, ikayumov@kpfu.ru,
Alexey.Chuprunov@ksu.ru

О ВЕРОЯТНОСТИ РАЗМЕЩЕНИЯ ЧАСТИЦ ПО ЯЧЕЙКАМ

Пусть m_i, $i \in \mathbf{N}$, – независимые одинаково распределенные неотрицательные целочисленные случайные величины, определенные на вероятностном пространстве $(\Omega_1, \mathfrak{A}, \mathbf{P}_1)$, $(\eta_{i1}, \ldots \ldots, \eta_{iN})$, $1 \leqslant i \leqslant N$, – обобщенные независимые одинаково распределенные схемы размещения $m_i(\omega_1)$ частиц по N ячейкам, определенные на другом вероятностном пространстве $(\Omega, \mathfrak{A}, \mathbf{P})$. Рассматривается вероятность $p_{nN} = p_{nN}(r, \omega_1)$ события, состоящего в том, что в каждой ячейке каждой схемы размещения содержится не более r частиц, где r – фиксированное число, т. е. $p_{nN} = \prod_{i=1}^{N} \mathbf{P}\{\eta_{i1} \leqslant r, \ldots \eta_{iN} \leqslant r\}$.

Теорема 1. *Пусть* $\mathbf{E}\frac{m!m^{r+1}}{a_1^m} < \infty$, *величины* $n, N \to \infty$ *так, что* $\frac{n}{N^r} \to \beta$, *где* $\beta < \infty$. *Тогда для почти всех* $\omega_1 \in \Omega_1$

$$\mathbf{P}(A_{n,N}) \to e^{-\beta \frac{a_{r+1}\mathbf{E}(m(m-1)\cdots(m-r))}{a_1^{r+1}}}.$$

Асимптотическое поведение функции распределения случайной величины $p_{nN}(\omega_1)$ описывается теоремой: